



## 5

## Es stand nicht im GUM: Die Prozessgleichung

**UnSicher (#5)**

### Der Weg zur Modellgleichung

Es stand nicht im GUM:

Irgendwie muss man doch diese blöde Gleichung sinnvoll entwickeln können?

Mittlerweile gibt es ein JCGM-Papier hierzu: 103 Seiten über Modellgleichungen

Autsch!

*Bernd Pesch, Pesch-Consult.de*  
Keynotes - Seminare - Consultings - Messunsicherheit - ISO/IEC 17025

The slide features a background with a blue-to-green gradient and a faint graph showing a bell-shaped curve with several vertical lines intersecting it.

Das GUM steigt bei der Ermittlung der Messunsicherheit thematisch spät mit der Modellgleichung ein. Lange Zeit wurden Anwender im Unklaren gelassen, wie man am sinnvollsten zu einem solchen Modell kommt. Im GUM stand lediglich  $Y = f(X_1, \dots, X_N)$ !

Bereits seit 2003 haben Dr. Rudy Frieling (+) und ich propagiert, dass wir zunächst die Messung mit einer Gleichung beschreiben müssen, welche den Messprozess theoretisch abbildet; also noch keine Unsicherheitseinflüsse enthält. Wir haben dies „Prozessgleichung“ genannt. Erst wenn wir wissen, wie ein Messergebnis in Abhängigkeit der Eingangsgrößen zustande kommt, können wir sukzessive die Messunsicherheitseinflüsse ergänzen und die Modellgleichung entwickeln.

Seit dem Jahr 2020 gibt es (endlich) auch eine entsprechende Grundlage zum GUM (JCGM GUM-6:2020), welche allerdings 103 Seiten benötigt, um zu erläutern, wie eine solche Gleichung aussehen kann. Viele der aufgestellten Forderungen und Hinweise sind derartig „ballastbelastet“, dass sie in der metrologischen Praxis keine Relevanz haben (aber mathematisch ganz nett sind). Daher beschränken wir uns auf die wesentlichen Überlegungen:

Alle relevanten und verfügbaren Informationen müssen berücksichtigt werden. Im Gegensatz zum GUM hat sich in Europa durchgesetzt, Messunsicherheitseinflüsse in Termen mit kleinen Deltas ( $\delta$ ) extra darzustellen. Im GUM können sich Unsicherheitseinflüsse hinter gewollten Einflüssen mit ihren Formelzeichen verbergen. So erkennt man nicht sofort, welche Terme in der Modellgleichung Träger von Messunsicherheitseinflüssen sind und welche nicht. Die zusätzliche Transparenz mit  $\delta$ -Termen ist für das Verständnis einer Modellgleichung wichtig.

Weiterhin zu fordern ist:

Das Modell muss mathematisch und physikalisch korrekt sein. Es darf den Ergebnisbereich nur dann beschränken, wenn dies außerhalb der physikalischen Realität liegt.

Es muss im relevanten Bereich der Messung hinreichend linear und stetig differenzierbar sein.

Das Modell der Messung sollte auf einem zuverlässigen wissenschaftlichen Prinzip basieren. Dies wäre wiederum unsere Prozessgleichung.

Je einfacher ein Modell ist, desto besser ist es handhabbar. Gegebenenfalls können Teilmodelle oder Segmente hilfreich sein, einfache Strukturen zu erreichen.



Der gesamte Messbereich muss abgedeckt sein. Gegebenenfalls sind auch hier Teilmodelle notwendig (beispielsweise bei der abschnittsweise definierten Beschreibung von Taupunkten und Frostpunkten).

Die Gleichung soll intuitiv erfassbar sein, ohne dass zu abstrakte Zusammenhänge erst erarbeitet werden müssen.

Es sollten – gerade bei statistischen Modellen – nicht mehr Terme enthalten sein, als unbedingt notwendig. Gegebenenfalls sollte man auf unrelevante Einflüsse in der Gleichung verzichten.

Es ist wichtig, die Modellgleichung sorgfältig zu entwickeln. In der Praxis und in Seminaren entwickeln wir üblicherweise zunächst eine Prozessgleichung. Parallel zur anschließenden Suche nach weiteren Einflussgrößen in der Messunsicherheitsanalyse entwickeln wir die Modellgleichung.